

Die Elemente der Drehmatrizen ergeben sich folgendermaßen: Bezeichnen wir mit p_1 den Vektor vor der Rotation und mit p_2 den Vektor nach der Rotation:

$$p_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \quad p_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

Für die Koordinaten x_1 und y_1 bedeutet dies:

$$\begin{aligned} x_1 &= \cos\phi \\ y_1 &= \sin\phi. \end{aligned}$$

Nach den Additionstheoremen ergibt sich damit für die neuen Koordinaten x_2 und y_2 nach einer Drehung um den Winkel α :

$$\begin{aligned} x_2 &= \cos(\phi + \alpha) = \cos\phi \cdot \cos\alpha - \sin\phi \cdot \sin\alpha \\ &= x_1 \cos\alpha - y_1 \sin\alpha \\ y_2 &= \sin(\phi + \alpha) = \sin\phi \cdot \cos\alpha + \cos\phi \cdot \sin\alpha \\ &= y_1 \cos\alpha + x_1 \sin\alpha \end{aligned}$$

und damit in Matrix-Schreibweise

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$