

Mathematiklausur**zum Erwerb der fachgebundenen Hochschulzugangsberechtigung****SS 2009****Arbeitshinweise**

Arbeitszeit 240 Min.; Erlaubte Hilfsmittel: Schul-Formelsammlung, Taschenrechner.
Alle Blätter bitte mit Namen versehen.

Aufgaben

1. In einem chemischen Betrieb sollen aus einer 80%igen und einer 25%igen Schwefelsäure 3t einer 50%igen Schwefelsäure hergestellt werden. Welche Ausgangsmengen sind dazu erforderlich?
2. Eine Bank zahlt für angelegte 14000E bei festem Jahreszins nach 8 Jahren 16556,35E zurück. Wie hoch war der Jahreszins?
3. Ein Massepunkt P umkreist gleichförmig einen Punkt O im Abstand von $r = 8\text{cm}$. Ein Umlauf dauert 4s. Geben Sie die Koordinaten des Punktes P an, wenn er den Punkt A mit den Koordinaten $x = 8, y = 0$ in mathematisch positiver Richtung vor $t = 9,2\text{s}$ passiert hat.
4. Ermitteln Sie die Lösungen der Gleichung: $6 \cos x + 4 \sin x = 3$ im Intervall $x \in [0; 2\pi]$. Führen Sie die Probe durch!
5. In einem Dreieck seien die Seiten $a=24\text{cm}$, $b=13\text{cm}$ und $c=15\text{cm}$ gegeben. Bestimmen Sie die Winkel α, β, γ und den Flächeninhalt A des Dreiecks.
6. Es sei $y(x) = \sqrt{x^2 - 6x - 8}$.
 - a) Für welche x -Werte ist die Funktion definiert und geben Sie eine Skizze an.
 - b) Lösen Sie die Funktion nach x , d.h. $x = x(y)$, auf.
7. Beweisen Sie: Der Flächeninhalt eines regelmäßigen n -Ecks lässt sich durch $A = \frac{n}{2}(r^2 \sin \gamma)$ mit dem Zentriwinkel $\gamma = \frac{2\pi}{n}$ und dem Umkreisradius r berechnen. Bestimmen Sie den Flächeninhalt eines regelmäßigen 100-Ecks und vergleichen Sie diesen mit dem Flächeninhalt des zugehörigen Umkreises.

8. Konstruieren Sie zu einem beliebigen spitzwinkligen Dreieck ABC den In- und Umkreis.
9. Bestimmen Sie alle reellen Zahlen x , für die gilt: $x(x+1) < (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$.
10. In einem Betrieb ist eine jährliche Produktionssteigerung von 9% geplant. Nach wie viel Jahren hat sich die Produktion verdoppelt?
11. Bestimmen Sie x aus den Gleichungen:
a) $0,564^{2x-3} = 8,91$, b) $\sqrt{x-3} + 1 = \sqrt{2x+1} - 1$.
12. Ein Grundstück hat die Form eines Vierecks mit den Eckpunkten ABCD. Die Länge der Strecke AB beträgt 208 m. Um die Grundstücksfläche zu berechnen, werden von den Punkten A und B aus jeweils die Punkte C und D angepeilt und die zugehörigen Winkel $\sphericalangle DAC = 41^\circ$, $\sphericalangle CAB = 29^\circ$, $\sphericalangle DBC = 30^\circ$, $\sphericalangle DBA = 25^\circ$ ermittelt. Wie groß ist das Grundstück?
13. Ein Mast eines Segelschiffes wird in der Längsrichtung mittels zweier Stahlseile von 9m und 7m Länge am Bootsrumf senkrecht gehalten. Wie hoch ist der Mast, wenn die Befestigungspunkte am Rumpf 6m auseinander liegen?
14. Berechnen und zeichnen Sie die Kurve, die sich aus der Überlagerung der Kurven $u = \sin x$, $v = \sin(x - \pi)$, $x \in \mathbb{R}$, ergibt.
15. Berechnen Sie den Schnittwinkel zwischen den Geraden $y_1 = 3x - 1$, $y_2 = \frac{1}{2}x + 2$.

Mathematik Klausur**zum Erwerb der fachgebundenen Hochschulzugangsberechtigung****WS 2008/09****Arbeitshinweise**

Arbeitszeit 240 Min.; Erlaubte Hilfsmittel: Schul-Formelsammlung, Taschenrechner.
Alle Blätter bitte mit Namen versehen.

Aufgaben

- ② 1. Es sei $t \in [0, 2\pi]$ ein Parameter. Welche Kurve ergibt sich in der Ebene für alle t -Werte, wenn $x = 2\cos t$, $y = 2\sin t$ gesetzt wird? Zeichnen Sie die Lösung.
- ③ 2. 200E sollen an drei Personen A,B,C so verteilt werden, dass der Anteil des A 12E kleiner ist als der doppelte Anteil des B und C 15E mehr erhält als die Hälfte des Anteils von A beträgt. Wie viel erhält jeder?
- ③ 3. Eine Bank zahlt für angelegte 13000E bei festem Jahreszins nach 10 Jahren 16556,35E zurück. Wie hoch war der Jahreszins?
- ③ 4. Ein Massepunkt P umkreist gleichförmig einen Punkt O im Abstand von $r = 10\text{cm}$. Ein Umlauf dauert 4s. Geben Sie die Koordinaten des Punktes P an, wenn er den Punkt A mit den Koordinaten $x = 10$, $y = 0$ in mathematisch positiver Richtung vor $t = 9,2\text{s}$ passiert hat.
- ④ 5. Ermitteln Sie die Lösungen der Gleichung: $\sin^2 x - 4\sin x + 2 = 0$ im Intervall $x \in [0, 2\pi]$. Führen Sie die Probe durch!
- ② 6. Einem Kreis vom Radius 2 ist ein gleichseitiges Fünfeck einbeschrieben. Wie groß ist der Flächeninhalt dieses Fünfecks?
7. Es sei $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$.
 - a) Für welche x -Werte ist die Funktion definiert und für welche x -Werte ist sie monoton wachsend bzw. fallend?
 - ④ b) Berechnen Sie die Umkehrfunktion $y = f^{-1}(x)$.
 - c) Geben Sie für beide Funktionen eine Skizze an.
- ③ 8. Welche reellen Zahlen x erfüllen die Gleichung: $\frac{9x^2 + 4}{3x^2 + 1} = 3x^2$?

- ① 9. Konstruieren Sie zu einem beliebigen Dreieck ABC den Umkreis.
- ③ 10. Bestimmen Sie alle reellen Zahlen x , für die gilt: $\frac{2x+5}{x-5} < 5$ und geben Sie eine Skizze an.
- ④ 11. Lösen Sie die Gleichungen: a) $0,564^{-2x+1} = 8,91$, b) $\ln(2x+1) = 3$.
- ⑤ 12. Ein Grundstück hat die Form eines Vierecks mit den Eckpunkten ABCD. Die Länge der Strecke AB beträgt 208 m. Um die Grundstücksfläche zu berechnen, werden von den Punkten A und B aus jeweils die Punkte C und D angepeilt und die zugehörigen Winkel $\sphericalangle DAC = 41^\circ$, $\sphericalangle CAB = 29^\circ$, $\sphericalangle DBC = 30^\circ$, $\sphericalangle DBA = 25^\circ$ ermittelt. Wie groß ist der Flächeninhalt des Grundstücks?
- ③ 13. Ein Mast eines Segelschiffes wird in der Längsrichtung mittels zweier Stahlseile von 11m und 9m Länge am Bootsrumf senkrecht gehalten. Wie hoch ist der Mast, wenn die Befestigungspunkte am Rumpf 7m auseinander liegen?
14. Beweisen Sie mithilfe der Additionstheoreme die Gültigkeit der Beziehung:
- ②
$$\sin x = \sin(\pi - x), x \in \mathbb{R}.$$
- ③ 15. Berechnen Sie den Schnittwinkel zwischen den Geraden $y_1 = -3x + 2$, $y_2 = 5x - 2$ und geben Sie eine Skizze an.

Mathematik Klausur
zum Erwerb der fachgebundenen Hochschulzugangsberechtigung SS 2008

Arbeitshinweise

Arbeitszeit 240 Min.; Erlaubte Hilfsmittel: Schul-Formelsammlung, Taschenrechner.
 Alle Blätter bitte mit Namen versehen.

Aufgaben

- 3 1. Es sei $t \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Welche Kurve ergibt sich in der Ebene, wenn $x = \cos t$, $y = 2 \sin t$ gesetzt wird? Zeichnen Sie die Lösung und geben Sie charakteristische Werte an.
- 3 2. Eine Bank zahlt für angelegte 12000€ bei festem Jahreszins nach 8 Jahren 18556,35€ zurück. Wie hoch war der Jahreszins?
- 3 3. Ein Massepunkt P umkreist gleichförmig einen Punkt O im Abstand von $r = 10\text{cm}$. Ein Umlauf dauert 4s. Geben Sie die Koordinaten des Punktes P an, wenn er den Punkt A mit den Koordinaten $x = 10$, $y = 0$ in mathematisch positiver Richtung vor $t = 9,2\text{s}$ passiert hat.
- 3 4. Ermitteln Sie die Lösungen der Gleichung: $\sin^2 x - 6 \sin x + 2 = 0$ im Intervall $x \in [0; 2\pi]$. Führen Sie die Probe durch!
- 3 5. Für die Seitenkante s eines regelmäßigen Zehnecks und dessen Umkreisradius r gilt: $\frac{s}{r} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. Bestimmen Sie damit: $\sin \frac{\pi}{10}$, $\cos \frac{\pi}{10}$.
- 4 6. Es sei $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x - 8}$.
 - a) Für welche x -Werte ist die Funktion definiert und wo ist sie monoton?
 - b) Berechnen Sie die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$.
- 3 7. Beweisen Sie: Der Flächeninhalt eines regelmäßigen n -Ecks lässt sich durch $A = \frac{n}{2}(r^2 \sin \gamma)$ mit dem Zentriwinkel $\gamma = \frac{2\pi}{n}$ und dem Umkreisradius r berechnen. Vergleichen Sie den Flächeninhalt eines regelmäßigen 100-Ecks mit dem Flächeninhalt des zugehörigen Umkreises.

8. Konstruieren Sie zu einem beliebigen spitzwinkligen Dreieck ABC den Umkreis.

3

Zeigen Sie: $a = \sin \alpha$, $b = \sin \beta$, $c = \sin \gamma$, falls der Umkreisradius $r = \frac{1}{2}$ ist.

3

9. Bestimmen Sie alle reellen Zahlen x , für die gilt: $x(x+1) < (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$ und geben Sie eine Skizze an.

3

10. Ein Betrieb hat 50 Mitarbeiter. Durchschnittlich fehlen 10% der Mitarbeiter wegen Krankheit, Außendienst o. Ä. Fehlen 10 oder mehr Mitarbeiter, so muss die Produktion unterbrochen werden. Wie groß ist das Risiko der Produktionsunterbrechung?

2

11. Lösen Sie die Gleichung: $0,564^{2x-3} = 8,91$.

5

12. Ein Grundstück hat die Form eines Vierecks mit den Eckpunkten ABCD. Die Länge der Strecke AB beträgt 208 m. Um die Grundstücksfläche zu berechnen, werden von den Punkten A und B aus jeweils die Punkte C und D angepeilt und die zugehörigen Winkel $\sphericalangle DAC = 41^\circ$, $\sphericalangle CAB = 29^\circ$, $\sphericalangle DBC = 30^\circ$, $\sphericalangle DBA = 25^\circ$ ermittelt. Wie groß ist das Grundstück?

3

13. Ein Mast eines Segelschiffes wird in der Längsrichtung mittels zweier Stahlseile von 9m und 7m Länge am Bootsrumf senkrecht gehalten. Wie hoch ist der Mast, wenn die Befestigungspunkte am Rumpf 6m auseinander liegen?

2

14. Beweisen Sie mithilfe der Additionstheoreme die Gültigkeit der Beziehung:

$$\sin u + \sin v = 2 \sin \left(\frac{u+v}{2} \right) \cos \left(\frac{u-v}{2} \right)$$

2

15. Berechnen Sie den Schnittwinkel zwischen den Geraden $y_1 = 3x - 1$, $y_2 = \frac{1}{2}x + 2$.

45

Mathematiklausur
zum Erwerb der fachgebundenen Hochschulzugangsberechtigung

WS 2007/08

Arbeitshinweise

Arbeitszeit 240 Min.; Erlaubte Hilfsmittel: Schul-Formelsammlung, Taschenrechner.
Alle Blätter bitte mit Namen versehen.

Aufgaben

2. Es sei $t \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Welche Kurve ergibt sich in der Ebene, wenn $x = \sin 2t$, $y = \sin t$ gesetzt wird? Zeichnen Sie die Lösung und geben Sie charakteristische Werte an.
3. Ein Waldbestand, in dem 12 Jahre lang kein Holz geschlagen wurde, wird heute auf 60000 fm geschätzt bei einer jährlichen Zuwachsrate von 3%. Nun soll der inzwischen vorhandene Zuwachs abgeholzt werden. Wie viel Festmeter sind zu schlagen? Wie viele Bäume sind das, wenn ein Baum durchschnittlich mit 1,8 fm veranschlagt wird?
3. Ein Massepunkt P umkreist gleichförmig einen Punkt O im Abstand von $r = 8\text{cm}$. Ein Umlauf dauert 3s. Geben Sie die Koordinaten des Punktes P an, wenn er den Punkt A $(x,y) = (8,0)$ in mathematisch positiver Richtung vor $t = 9,2\text{s}$ passiert hat.
4. Ermitteln Sie die Lösungen der Gleichung: $3 \sin x - 2 \cos x + 3 = 0$.
Führen Sie die Probe durch!
3. Es sei $\cos x = \frac{1-p^2}{1+p^2}$, wobei p ein reeller Parameter ist. Berechnen Sie $\sin x$ und $\tan x$ in Abhängigkeit von p.
6. a) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x) = 2x - x^2$, $x \leq 1$, streng monoton ist.
b) Berechnen Sie die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$.
3. Bei drei Kreisen mit den Mittelpunkten M_1, M_2, M_3 und den Radien $r_1 = 11,5\text{cm}$, $r_2 = 15\text{cm}$, $r_3 = 22,5\text{cm}$ berühre jeder die beiden anderen. Wie groß sind die Innenwinkel des Dreiecks $M_1M_2M_3$?
3. Konstruieren Sie zu einem beliebigen spitzwinkligen Dreieck ABC den Umkreis.
Zeigen Sie: $r = \frac{a}{2 \sin \alpha}$, $r = \frac{b}{2 \sin \beta}$, $r = \frac{c}{2 \sin \gamma}$, r Umkreisradius.
3. Bestimmen Sie alle reellen Zahlen x, für die gilt: $\frac{2}{x-2} < \frac{3}{x-3}$ und geben Sie eine Skizze an.

3

10. Ein Betrieb hat 50 Mitarbeiter. Durchschnittlich fehlen 10% der Mitarbeiter wegen Krankheit, Außendienst o. Ä. Fehlen 10 oder mehr Mitarbeiter, so muss die Produktion unterbrochen werden. Wie groß ist das Risiko der Produktionsunterbrechung?

2

11. Formen Sie den Ausdruck $\sqrt[4]{\frac{81x^6}{(\sqrt{2}-\sqrt{x})^4}}$ so um, dass im Nenner nur $2-x$ steht.

5

12. Berechnen Sie Volumen und Oberflächeninhalt eines geraden sechseckigen Pyramidenstumpfes, wobei Grund- und Deckfläche regelmäßige Sechsecke mit den Kantenlängen 42cm und 34cm sind. Die Kantenlänge der Mantelfläche beträgt 58cm.

3

13. Zwischen den Anlegestellen A und B verkehrt eine Fähre über den Fluss. Um die Länge der Strecke \overline{AB} zu ermitteln, wird 120m vom Punkt B entfernt, ein Punkt C abgesteckt und anschließend der Winkel $\sphericalangle ACB = 42^\circ$ und $\sphericalangle CBA = 108^\circ$ ermittelt. Berechnen Sie die Strecke \overline{AB} .

3

14. Zeigen Sie, dass die Differenz der beiden Funktionen $f(x) = (\sin x)^2$ und $g(x) = \frac{1}{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2}$ konstant ist. Wie groß ist die Konstante?

2

15. Berechnen Sie den Schnittwinkel zwischen den Geraden $y_1 = 2x - 1$, $y_2 = \frac{1}{2}x + 2$.

45 P